# התפשטות מגפות - מודל SIR (Kermack and McKendrick 1927)

כדי לחשב את קצב ההתפשטות של מגפה באוכלוסייה, כלומר לדעת כמה אנשים יחלו, כמה ימותו וכמה זמן תימשך המגפה ניתן לחשוב על מודל פשוט המחלק את האוכלוסייה ל- 3 קבוצות: אנשים בריאים S, אנשים חולים I ואנשים שכבר לא חולים R (מתים או החלימו).

סכום שלושת הקבוצות הוא גודל האוכלוסייה N והוא מספר קבוע. אך כל אחד מהקבוצות משתנה כתלות בזמן:

$$N=S+I+R$$

בואו נראה איך:

כדי לחשב כמה חולים חדשים יתווספו כל יום, נטען שלכל אדם באוכלוסייה יש הסתברות שווה להידבק בנגיף מאדם חולה בקצב β, אפשר לחשוב על הקבוע בטא כעל תדירות ההדבקות של כל חולה, כלומר $\frac{1}{הדבקות בין זמן}$*.*

*באופן כללי, הקבוע בטא יהיה תלוי בכמות האנשים שהחולה בא איתם במגע ביום m ובסיכוי להעברת המחלה בעת מפגש p.*

$$β=m\_{מפגשים}∙p$$

*לפי הנתונים נכון להיום, בטא הוא בערך 0.35.*

*לכן כמות הנדבקים החדשים באוכלוסייה בכל יום אמורה להיות* $β∙I$*, כיוון שכל חולה ידביק β אנשים חדשים. אבל, כיוון שחלק מהאוכלוסייה כבר חולים, צריך לכפול מספר זה באחוז האנשים שעוד לא חלו באוכלוסייה S/N (כלומר ההסתברות שהאדם הנדבק בריא).*

*לכן מספר האנשים הבריאים באוכלוסייה קטן כל יום ב:*

$$∆S\_{every day}=-\frac{β∙I∙S}{N}$$

*כלומר מספר החולים ביום ה n+1 יהיה:*

$$S\_{n+1}=S\_{n}-\frac{β∙I\_{n}∙S\_{n}}{N}$$

*ומספר החולים עולה ב:*

$$∆I\_{every day}=\frac{β∙I∙S}{N}$$

אבל מספר החולים בכל יום גם קטן כיוון שאנשים מחלימים או מתים מהמחלה. לכן נגדיר שני קבועים חדשים γ המייצג את קצב ההחלמה מהמחלה ($\frac{1}{ההחלמה זמן}$), ו- µ המייצג את קצב או אחוז התמותה. ולכן השינוי במספר החולים בכל יום יהיה:

$$∆I\_{every day}=\frac{β∙I∙S}{N}-γI-μI$$

ומספר המחלימים והמתים בכל יום יהיה:

$$∆R\_{every day}=(γ+μ)∙I$$

ניתן גם לחשב כל אחד מהם בנפרד

אז איך מחשבים?

ערכו טבלה באקסל, העמודה הראשונה תהיה הזמן מתחילת המגפה בימים, השנייה מס' הבריאים, השלישית מס' החולים, הרביעית המחלימים והחמישית המתים.

תנאי ההתחלה הם שכל האוכלוסייה בריאה, יש חולה אחד ואפס מתים ומבריאים.

קבעו לכם את הפרמטרים: בטא, גמא ומיו.

וחשבו מספר הבריאים בשורה הבאה (היום שני) ע"פ המספר שהיה אתמול (התא מעל) + הנוסחה שרשמנו למעלה, כאשר לוקחים בחשבון את הערכים שהיו אתמול. כלומר, מספר האנשים שחלו עד היום השני, תלוי במספר האנשים החולים ביום הראשון (בשורה מעל). וכן הלא לשאר המשתנים. (אל תשכחו לקבע את הפרמטרים עם F4)



כך זה אמור להיראות בסוף.



נסו לשנות את ערכי הפרמטרים כדי לקבל התאמה טובה יותר לנתונים האמתיים. למי שרוצה מודל קצת יותר מדויק יכול לשנות את הערך של בטא לאחר זמן מסוים (לרשום ערך נוסף לחישובים אחרי היום החמישי לדוגמה), בהתאם להנחיות הריחוק החברתי ולראות כיצד מס החולים משתנה. התוספת הבאה למי רוצה לראות מה קורה באיטליה הוא להגדיל את קצב התמותה אם מספר החולים עובר ערך מסוים, כלומר את תפוסה המירבית של מערכת הבריאות.

עוד כמה תובנות נחמדות מהסרטונים המצורפים:

* *סרטון 3 -* בתחילתה עקומת החולים נראית כמו פונקציה מעריכית, ובהתאם מספר החולים החדשים כל יום גדל מיום ליום (פי ערך קבוע בקירוב, הנגזרת השניה חיובית). בפועל מגמה זו לא יכולה להימשך כי מתישהו אחוז הבריאים באוכלוסיה (S/N) נהיה קטן משמעותית מאחד ונקבל מעין גרף פעמון (ראו תרשים למעלה), ביום שבו נראה שמספר החולים החדשים בכל יום יפסיק לגדול ויתייצב על הערך הקודם, זה סימן שהגענו לנק' הפיתול של הפעמון שלנו ובקירוב מס החולים המירבי יהיה כפול ממה שהוא באותו יום. שזו מחשבה מנחמת..
* *סרטון 2 –* קאהן מראה שמספר החולים האמיתי באוכלוסייה גדול בהרבה ממספר החולים המאומתים (מתוך מידע בדיעבד מסין), כיוון שחולים רבים לא מפתחים תסמינים ובגלל מיעוט הבדיקות. לכן כדי לעשות הערכה גסה לכמה יותר חולים יש באוכלוסייה, הוא מוציא מהנתונים את הערכה הבאה.

הזמן עד להתפתחות תסמינים הוא בממוצע 5 ימים, ועד למוות הוא 15 ימים נוספים. אחוז התמותה הוא 1%, וקצב הכפלת האוכלוסייה החולה הוא 5 ימים, שאלו כולן הערכות שמרניות.

לכן הוא טוען שביום שבו מת החולה הראשון במדינה, כבר היו במדינה 1600 חולים.

למה 1600? כי אם האיש נפטר היום, אז הוא חלה 20 ימים קודם לכן בממוצע, וכיוון שאחוז התמותה הוא 1%, אז ביום ההוא היו 100 חולים יחד איתו אך רק הוא נפטר מהמחלה. מאז האוכלוסייה החולה הספיקה להכפיל את עצמה 4 פעמים (כל 5 ימים) ולכן 10·24 = N .

לכן בפועל מספר החולים שאנחנו רואים בכל יום קשור להדבקות שנעשו לפני שבוע או יותר, ואם רוצים הערכה אמתית צריך לחשב לפי מספרים גדולים יותר ואחורה בזמן.

מקורות:

ויקיפדיה מודלים מתמטיים של מחלות מדבקות

* <https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematical_modelling_of_infectious_disease>
* <https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology>

עוד כמה אתרים נחמדים

1. סימולציות ואנימציות יותר מפורטות של התפשטות מגפה ויעילות אמצעי המניעה באתר הוושינגטון פוסט

<https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/?fbclid=IwAR112viieIevRRCZ1g0hr_GQyJMBaPj8ECqaxwv5QmpnjBPqfY1WhlcdfI0>

1. סרטון של אקדמיית קאהן שמסביר למה מס' החולים האמיתי בכל רגע גדול בהרבה ממספר החולים המאומתים ומחשב כמה חולים באמת יש כרגע

<https://www.youtube.com/watch?v=mCa0JXEwDEk>

1. :3blue1brown - Exponential growth and epidemic <https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg>